

## JEE (ADVANCED) 2018 PAPER 1

### PART-I PHYSICS

#### खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:  
 पूर्ण अंक : **+4** यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।  
 आंशिक अंक : **+3** यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है।  
 आंशिक अंक : **+2** यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं।  
 आंशिक अंक : **+1** यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प है।  
 शून्य अंक : **0** यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
 ऋण अंक : **-2** अन्य सभी परिस्थितियों में।
- **उदाहरण स्वरूप:** यदि किसी प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है; तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही **+4** अंक मिलेंगे / बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो को चुनने पर (उदाहरणतः पहला तथा चौथा विकल्प) **+2** अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प) **+1** अंक मिलेंगे। कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), **-2** अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो।

Q.1 द्रव्यमान (mass)  $m$  के एक कण की स्थितिज उर्जा (potential energy)  $V(r) = kr^2/2$  है, जहाँ  $r$  एक नियत बिंदु (fixed point)  $O$  से कण की दूरी है और  $k$  उचित विमाओं (dimensions) वाला एक धनात्मक नियतांक (positive constant) है। यह कण बिंदु  $O$  के सापेक्ष  $R$  त्रिज्या वाली एक वृत्तीय कक्षा (circular orbit) में घूम रहा है। यदि  $v$  कण की चाल है और  $L$  बिंदु  $O$  के सापेक्ष इसके कोणीय संवेग (angular momentum) का परिमाण (magnitude) है, तो निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

(A)  $v = \sqrt{\frac{k}{2m}} R$

(B)  $v = \sqrt{\frac{k}{m}} R$

(C)  $L = \sqrt{mk} R^2$

(D)  $L = \sqrt{\frac{mk}{2}} R^2$

Q.2  $1.0 \text{ kg}$  द्रव्यमान (mass) की एक वस्तु समय  $t = 0$  पर मूलबिंदु (origin) पर विरामावस्था में है। इस वस्तु पर एक बल  $\vec{F} = (\alpha t \hat{i} + \beta \hat{j})$  लगाया जाता है, जहाँ  $\alpha = 1.0 \text{ N s}^{-1}$  और  $\beta = 1.0 \text{ N}$  हैं। समय  $t = 1.0 \text{ s}$  पर मूलबिंदु के सापेक्ष वस्तु पर लगने वाला बल आघूर्ण (torque)  $\vec{\tau}$  है। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

(A)  $|\vec{\tau}| = \frac{1}{3} \text{ N m}$

(B) बल आघूर्ण  $\vec{\tau}$  मात्रक सदिश (unit vector)  $+\hat{k}$  की दिशा में है

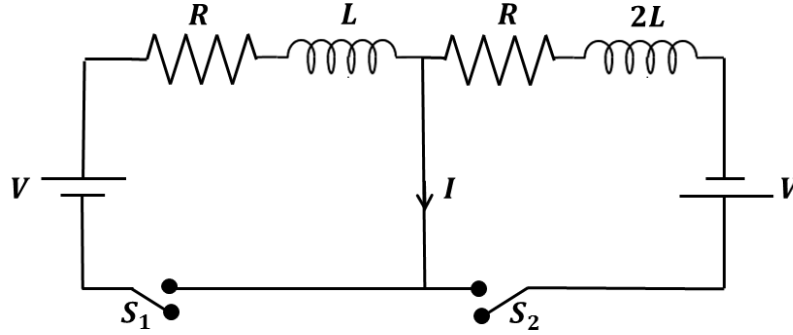
(C) समय  $t = 1 \text{ s}$  पर वस्तु का वेग  $\vec{v} = \frac{1}{2}(\hat{i} + 2\hat{j}) \text{ m s}^{-1}$  है

(D) समय  $t = 1 \text{ s}$  पर वस्तु के विस्थापन का परिमाण  $\frac{1}{6} \text{ m}$  है

Q.3 एक आंतरिक त्रिज्या  $r$  वाली एकसमान केशनली (uniform capillary tube) को उर्ध्वाधर तरीके से (vertically) पानी से भरे एक बीकर (beaker) में डुबाया जाता है। केशनली में पानी, बीकर के पानी के पृष्ठ (water surface) से,  $h$  ऊंचाई तक उठता है। पानी का पृष्ठ तनाव (surface tension)  $\sigma$  है। पानी और केशनली की दीवार के बीच का संपर्क कोण (angle of contact)  $\theta$  है। मेनिस्कस (meniscus) में उपस्थित पानी के द्रव्यमान (mass) की उपेक्षा कीजिए। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

- (A) एक दिए गये पदार्थ से बनी केशनली का  $r$  बढ़ाने से  $h$  कम होता है
- (B) एक दिए गये पदार्थ से बनी केशनली में,  $h$  पृष्ठ तनाव  $\sigma$  पर निर्भर नहीं करता है
- (C) यदि यह प्रयोग एक नियत त्वरण (constant acceleration) से ऊपर जाने वाली लिफ्ट (lift) में किया जाता है, तो  $h$  कम होता है
- (D)  $h$  संपर्क कोण  $\theta$  के समानुपातिक (proportional) है

- Q.4 नीचे दर्शाये गये चित्र में  $S_1$  और  $S_2$  कुंजियों (switches) को समय  $t = 0$  पर एकसाथ बंद किया जाता है और परिपथ (circuit) में धारा बहने लगती है। दोनों बैटरियों (batteries) के विद्युतवाहक-बल (electromotive force; emf) का परिमाण समान है और उनका ध्रुवण (polarity) चित्र में दर्शाया गया है। दोनों प्रेरकों (inductors) के बीच अन्योन्य प्रेरकत्व (mutual inductance) की उपेक्षा कीजिये। यदि मध्य में स्थित तार में धारा  $I$  अपने अधिकतम परिमाण  $I_{max}$  पर समय  $t = \tau$  पर पहुँचती है, तो निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

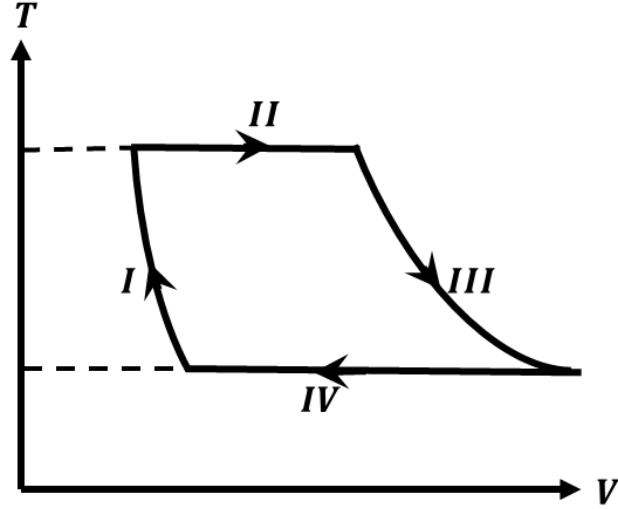


- (A)  $I_{max} = \frac{V}{2R}$       (B)  $I_{max} = \frac{V}{4R}$       (C)  $\tau = \frac{L}{R} \ln 2$       (D)  $\tau = \frac{2L}{R} \ln 2$

- Q.5 दो अनंत लम्बाई के सीधे तार  $xy$ -तल में  $x = \pm R$  रेखाओं पर रखे हुए हैं।  $x = +R$  पर रखे हुए तार में  $I_1$  और  $x = -R$  पर रखे हुए तार में  $I_2$  स्थिर (constant) धारायें बह रही हैं।  $R$  त्रिज्या का एक वृत्ताकार पाश (circular loop), जिसका केंद्र  $(0, 0, \sqrt{3}R)$  है, इस प्रकार लटका हुआ है कि पाश का तल  $xy$ -तल के समांतर है। पाश में एक स्थिर धारा (constant current)  $I$  बह रही है। पाश के ऊपर से देखने पर पाश में धारा की दिशा दक्षिणावर्त (clockwise) है। अनंत लम्बाई के तार में धारा को धनात्मक (positive) माना जाता है यदि यह मात्रक सदिश (unit vector)  $+\hat{j}$  की दिशा में है। चुम्बकीय क्षेत्र  $\vec{B}$  के बारे में निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?

- (A) यदि  $I_1 = I_2$  हो, तो मूल बिंदु  $(0, 0, 0)$  पर  $\vec{B}$  शून्य नहीं हो सकता है  
 (B) यदि  $I_1 > 0$  और  $I_2 < 0$  हो, तो मूल बिंदु  $(0, 0, 0)$  पर  $\vec{B}$  शून्य हो सकता है  
 (C) यदि  $I_1 < 0$  और  $I_2 > 0$  हो, तो मूल बिंदु  $(0, 0, 0)$  पर  $\vec{B}$  शून्य हो सकता है  
 (D) यदि  $I_1 = I_2$  हो, तो पाश के केंद्र पर चुम्बकीय क्षेत्र का  $z$ -घटक का मान  $\left(-\frac{\mu_0 I}{2R}\right)$  है

- Q.6 एकपरमाण्विक आदर्श गैस (monatomic ideal gas) का एक मोल चित्र में दर्शाये गये चक्रीय प्रक्रम (cyclic process) से गुजरता है (जहाँ  $V$  आयतन है तथा  $T$  तापमान है)। निम्नलिखित कथनों में से कौन सा (से) सही है (हैं)?



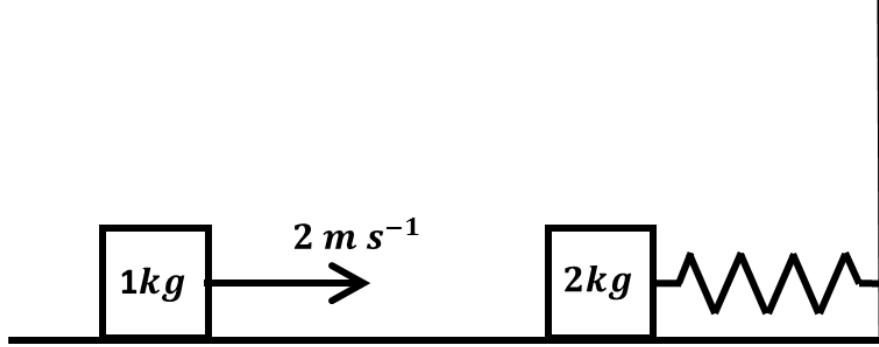
- (A) प्रक्रम I एक समआयतनिक (isochoric) प्रक्रम है  
 (B) प्रक्रम II में गैस ऊष्मा को अवशोषित (absorb) करती है  
 (C) प्रक्रम IV में गैस ऊष्मा को निष्कासित (release) करती है  
 (D) प्रक्रम I और प्रक्रम III समदाबीय (isobaric) नहीं हैं

**खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)**

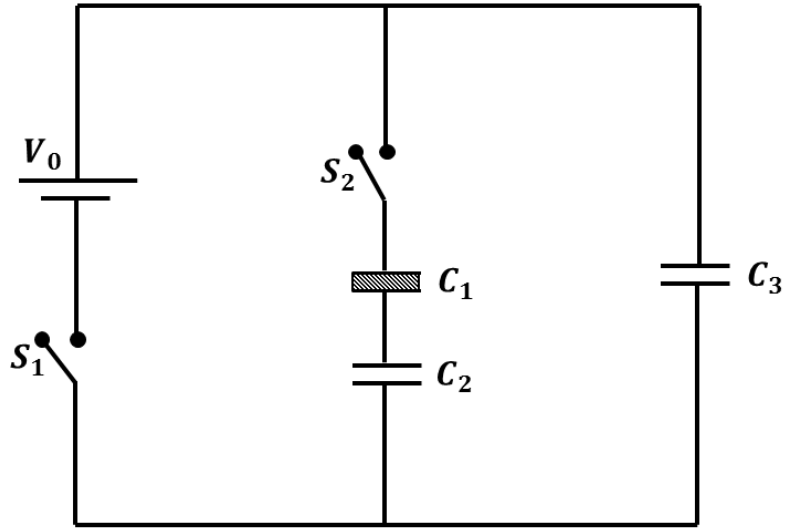
- इस खंड में आठ (08) प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE) है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रूण्डित/ निकटित; उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही संख्यात्मक मान (Numerical value) ही उत्तर स्वरूप दर्ज किया गया है |  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

- Q.7  $\vec{A}$  और  $\vec{B}$  दो सदिश राशियाँ हैं, जहाँ  $\vec{A} = a \hat{i}$  और  $\vec{B} = a (\cos \omega t \hat{i} + \sin \omega t \hat{j})$  हैं | यहाँ  $a$  एक स्थिरांक (constant) है और  $\omega = \pi/6 \text{ rad s}^{-1}$  है | यदि  $|\vec{A} + \vec{B}| = \sqrt{3} |\vec{A} - \vec{B}|$  प्रथम बार समय  $t = \tau$  पर होता है, तो  $\tau$  का मान, सेकेंडों (seconds) में, \_\_\_\_\_ है |
- Q.8 दो आदमी एक क्षैतिज सीधी रेखा (horizontal straight line) पर एक ही दिशा में गतिमान हैं | आगे वाले आदमी की चाल  $1.0 \text{ m s}^{-1}$  है और पीछे वाले आदमी की चाल  $2.0 \text{ m s}^{-1}$  है | एक तीसरा आदमी उसी क्षैतिज रेखा से  $12 \text{ m}$  की ऊँचाई पर इस प्रकार खड़ा है कि तीनों आदमी एक ही ऊर्ध्वाधर तल (vertical plane) में हैं | दोनों गतिमान आदमी  $1430 \text{ Hz}$  आवृत्ति वाली एक जैसी सीटियाँ बजा रहे हैं | वायु में ध्वनि की चाल  $330 \text{ m s}^{-1}$  है | जब गतिमान आदमियों के बीच की दूरी  $10 \text{ m}$  है, उसी पल स्थिर आदमी उन दोनों से समान दूरी पर है | उस पल, स्थिर आदमी द्वारा सुनी गयी विस्पंदों की आवृत्ति (frequency of beats) \_\_\_\_\_  $\text{Hz}$  है |
- Q.9 एक वृत्ताकार वलय (ring) और एक वृत्ताकार चकती (disc), एक आनत तल (inclined plane) के शीर्ष पर अगल-बगल (side by side) विरामावस्था में हैं | आनत तल, क्षैतिज तल (horizontal plane) से  $60^\circ$  का कोण बनाता है | दोनों वस्तुएं एक ही पल, न्यूनतम दूरी वाले पथ पर बिना फिसले लोटना (rolling without slipping) आरम्भ करती हैं | यदि दोनों वस्तुओं के क्षैतिज तल पर पहुँचने का समयांतर  $(2 - \sqrt{3})/\sqrt{10} \text{ s}$  हो, तो आनत तल के शीर्ष की ऊँचाई \_\_\_\_\_ मीटर है |  $g = 10 \text{ m s}^{-2}$  लें |

- Q.10 एक कमानी-गुटका निकाय (spring-block system) एक घर्षण रहित फर्श (frictionless floor) पर विरामावस्था में है, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। कमानी स्थिरांक (spring constant)  $2.0 \text{ N m}^{-1}$  है और गुटके का द्रव्यमान (mass)  $2.0 \text{ kg}$  है। कमानी के द्रव्यमान की उपेक्षा कीजिये। शुरुआत में कमानी अतानित (unstretched) अवस्था में है। एक दूसरा गुटका, जिसका द्रव्यमान  $1.0 \text{ kg}$  है और चाल  $2.0 \text{ m s}^{-1}$  है, पहले गुटके से प्रत्यास्थ संघट्ट (elastic collision) करता है। इस संघट्ट के बाद  $2.0 \text{ kg}$  का गुटका दीवार से नहीं टकराता है। जब कमानी संघट्ट के बाद पहली बार अपनी अतानित स्थिति में वापस आती है, तब दोनों गुटकों के बीच की दूरी \_\_\_\_\_ मीटर होगी।

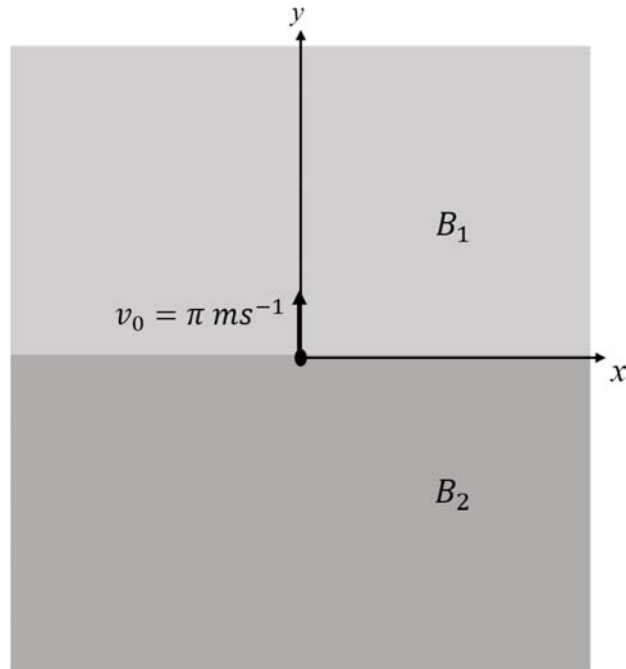


- Q.11 तीन एकसमान संधारित्रों (identical capacitors)  $C_1$ ,  $C_2$  और  $C_3$  में प्रत्येक की धारिता  $1.0 \mu F$  है और शुरुआत में तीनों संधारित्र अनावेशित (uncharged) हैं | तीनों संधारित्रों को, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है, एक परिपथ (circuit) में जोड़ा गया है और उसके बाद  $C_1$  में  $\epsilon_r$  सापेक्ष परावैद्युतांक (relative permittivity) का एक परावैद्युत (dielectric) पदार्थ पूर्णतः भरा जाता है | सेल (cell) का विद्युत् वाहक बल (electromotive force, emf)  $V_0 = 8 V$  है | शुरुआत में कुंजी (switch)  $S_1$  बंद है और कुंजी  $S_2$  खुली है | संधारित्र  $C_3$  के पूरी तरह आवेशित (charged) होने के बाद, एक ही पल में एक साथ (simultaneously) कुंजी  $S_1$  को खोल दिया जाता है और कुंजी  $S_2$  को बंद कर दिया जाता है | जब सभी संधारित्र साम्यावस्था (equilibrium) में आ जाते हैं, तब संधारित्र  $C_3$  पर  $5 \mu C$  का आवेश पाया जाता है |  $\epsilon_r$  का मान \_\_\_\_\_ है |



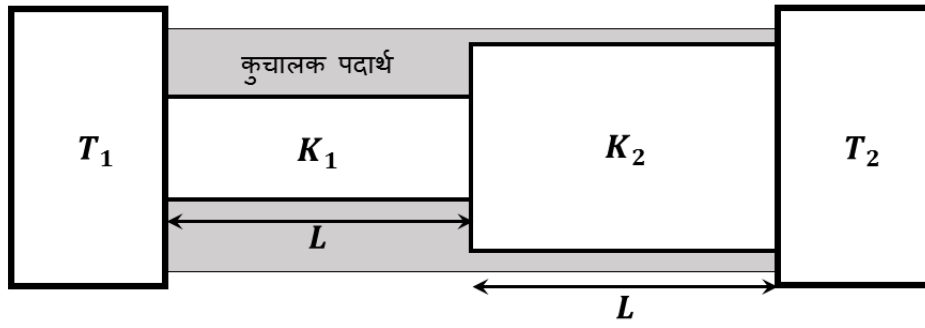


- Q.12  $xy$ - तल के  $y > 0$  वाले भाग में एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र (uniform magnetic field)  $B_1 \hat{k}$  है और  $y < 0$  वाले भाग में एकसमान चुम्बकीय क्षेत्र  $B_2 \hat{k}$  है | एक धनात्मक आवेशित कण (positively charged particle) को मूल बिंदु (origin) से  $t = 0$  समय पर  $v_0 = \pi \text{ m s}^{-1}$  की चाल से  $+y$ -अक्ष की दिशा में प्रक्षेपित किया जाता है (projected), जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है | इस प्रश्न में गुरुत्वाकर्षण की उपेक्षा कीजिये | समय  $t = T$  पर कण  $x$ -अक्ष को नीचे से पहली बार पार करता है | यदि  $B_2 = 4B_1$  हो, तो  $T$  समयांतराल में  $x$ -अक्ष की दिशा में कण की औसत चाल (average speed) \_\_\_\_\_  $\text{m s}^{-1}$  है |



- Q.13 सूर्य का प्रकाश, जिसकी तीव्रता (intensity)  $1.3 \text{ kW m}^{-2}$  है, एक पतले उत्तल लेंस (convex lens) पर अभिलम्बवत तरीके से आपतित होता है (incident normally) | लेंस की फोकस दूरी (focal length)  $20 \text{ cm}$  है | लेंस द्वारा होनेवाली प्रकाश की उर्जा के क्षय की उपेक्षा कीजिये और मान लीजिए कि लेंस का द्वारक माप (aperture size) उसकी फोकस दूरी से बहुत कम है | लेंस के दूसरी तरफ,  $22 \text{ cm}$  की दूरी पर प्रकाश की औसत तीव्रता \_\_\_\_\_  $\text{kW m}^{-2}$  है |

- Q.14 समान लंबाई परन्तु अलग-अलग त्रिज्याओं वाले दो बेलनाकार चालक (cylindrical conductors) श्रेणीक्रम में (in series) दो ऊष्माशयों (heat baths) के बीच में जोड़े गए हैं, जैसा कि चित्र में दर्शाया गया है। इन ऊष्माशयों का तापमान  $T_1 = 300 K$  और  $T_2 = 100 K$  हैं। बड़े चालक की त्रिज्या छोटे चालक की त्रिज्या की दोगुनी है। छोटे चालक की ऊष्मा चालकता (thermal conductivity)  $K_1$  है और बड़े चालक की ऊष्मा चालकता  $K_2$  है। यदि स्थायी अवस्था (steady state) में, बेलनों के संधि (junction) का तापमान  $200 K$  हो, तब  $K_1/K_2$  का मान \_\_\_\_\_ होगा।



**खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)**

- इस खंड में दो (02) अनुच्छेद हैं। प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित दो (02) प्रश्न दिए गए हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में सिर्फ एक विकल्प ही सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उस विकल्प को चुनें जो सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।  
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

**अनुच्छेद "X"**

विद्युतचुम्बकीय सिद्धांत के अनुसार विद्युत् और चुम्बकीय परिघटनाओं (phenomena) के बीच संबंध होता है। इसलिए विद्युत् और चुम्बकीय राशियों के विमाओं (dimensions) में भी संबंध होने चाहिए। निम्नलिखित प्रश्नों में  $[E]$  और  $[B]$  क्रमशः विद्युत् और चुम्बकीय क्षेत्रों की विमाओं को दर्शाते हैं, जबकि  $[\epsilon_0]$  और  $[\mu_0]$  क्रमशः मुक्त आकाश (free space) की परावैद्युतांक (permittivity) और चुम्बकशीलता (permeability) की विमाओं को दर्शाते हैं।  $[L]$  और  $[T]$  क्रमशः लम्बाई और समय की विमायें हैं। सभी राशियाँ SI मात्रकों (units) में दी गयी हैं।

(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

Q.15  $[E]$  और  $[B]$  के बीच में संबंध है

(A)  $[E] = [B] [L] [T]$

(B)  $[E] = [B] [L]^{-1} [T]$

(C)  $[E] = [B] [L] [T]^{-1}$

(D)  $[E] = [B] [L]^{-1} [T]^{-1}$

### अनुच्छेद "X"

विद्युतचुम्बकीय सिद्धांत के अनुसार विद्युत् और चुम्बकीय परिघटनाओं (phenomena) के बीच संबंध होता है। इसलिए विद्युत और चुम्बकीय राशियों के विमाओं (dimensions) में भी संबंध होने चाहिए। निम्नलिखित प्रश्नों में  $[E]$  और  $[B]$  क्रमशः विद्युत और चुम्बकीय क्षेत्रों की विमाओं को दर्शाते हैं, जबकि  $[\epsilon_0]$  और  $[\mu_0]$  क्रमशः मुक्त आकाश (free space) की परावैद्युतांक (permittivity) और चुम्बकशीलता (permeability) की विमाओं को दर्शाते हैं।  $[L]$  और  $[T]$  क्रमशः लम्बाई और समय की विमायें हैं। सभी राशियाँ SI मात्रकों (units) में दी गयी हैं।

(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

Q.16  $[\epsilon_0]$  और  $[\mu_0]$  के बीच में संबंध है

(A)  $[\mu_0] = [\epsilon_0] [L]^2 [T]^{-2}$

(B)  $[\mu_0] = [\epsilon_0] [L]^{-2} [T]^2$

(C)  $[\mu_0] = [\epsilon_0]^{-1} [L]^2 [T]^{-2}$

(D)  $[\mu_0] = [\epsilon_0]^{-1} [L]^{-2} [T]^2$

### अनुच्छेद "A"

यदि सभी स्वतंत्र राशियों (independent quantities) की मापन त्रुटियाँ (measurement errors) ज्ञात हो, तो किसी निर्भर राशि (dependent quantity) की त्रुटि का परिकलन (calculation) किया जा सकता है। इस परिकलन में श्रेणी प्रसार (series expansion) का प्रयोग किया जाता है और इस प्रसार को त्रुटि (error) के पहले घात (first power) पर रून्डित (truncate) किया जाता है। उदाहरण स्वरूप, सम्बन्ध  $z = x/y$  में यदि  $x$ ,  $y$  और  $z$  की त्रुटियाँ क्रमशः  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  और  $\Delta z$  हों, तो

$$z \pm \Delta z = \frac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} = \frac{x}{y} \left(1 \pm \frac{\Delta x}{x}\right) \left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}.$$

$\left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}$  का श्रेणी प्रसार,  $\Delta y/y$  में पहले घात तक,  $1 \mp (\Delta y/y)$  है। स्वतंत्र राशियों की आपेक्षिक त्रुटियाँ (relative errors) सदैव जोड़ी जाती हैं। इसलिए  $z$  की त्रुटि होगी

$$\Delta z = z \left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right).$$

उपरोक्त परिकलन में  $\Delta x/x \ll 1$ ,  $\Delta y/y \ll 1$  माने गये हैं। इसलिए इन राशियों की उच्चतर घातें (higher powers) उपेक्षित हैं।

(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

Q.17 एक विमा-रहित (dimensionless) राशि  $a$  को माप कर, एक अनुपात (ratio)  $r = \frac{(1-a)}{(1+a)}$  का परिकलन करना है। यदि  $a$  की मापन की त्रुटि  $\Delta a$  है ( $\Delta a/a \ll 1$ ), तो  $r$  के परिकलन की त्रुटि  $\Delta r$  क्या होगी ?

(A)  $\frac{\Delta a}{(1+a)^2}$

(B)  $\frac{2 \Delta a}{(1+a)^2}$

(C)  $\frac{2 \Delta a}{(1-a^2)}$

(D)  $\frac{2a \Delta a}{(1-a^2)}$

### अनुच्छेद "A"

यदि सभी स्वतंत्र राशियों (independent quantities) की मापन त्रुटियाँ (measurement errors) ज्ञात हो, तो किसी निर्भर राशि (dependent quantity) की त्रुटि का परिकलन (calculation) किया जा सकता है। इस परिकलन में श्रेणी प्रसार (series expansion) का प्रयोग किया जाता है और इस प्रसार को त्रुटि (error) के पहले घात (first power) पर रून्डित (truncate) किया जाता है। उदाहरण स्वरूप, सम्बन्ध  $z = x/y$  में यदि  $x$ ,  $y$  और  $z$  की त्रुटियाँ क्रमशः  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  और  $\Delta z$  हों, तो

$$z \pm \Delta z = \frac{x \pm \Delta x}{y \pm \Delta y} = \frac{x}{y} \left(1 \pm \frac{\Delta x}{x}\right) \left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}.$$

$\left(1 \pm \frac{\Delta y}{y}\right)^{-1}$  का श्रेणी प्रसार,  $\Delta y/y$  में पहले घात तक,  $1 \mp (\Delta y/y)$  है। स्वतंत्र राशियों की आपेक्षिक त्रुटियाँ (relative errors) सदैव जोड़ी जाती हैं। इसलिए  $z$  की त्रुटि होगी

$$\Delta z = z \left(\frac{\Delta x}{x} + \frac{\Delta y}{y}\right).$$

उपरोक्त परिकलन में  $\Delta x/x \ll 1$ ,  $\Delta y/y \ll 1$  माने गये हैं। इसलिए इन राशियों की उच्चतर घातें (higher powers) उपेक्षित हैं।

(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

- Q.18 एक प्रयोग के आरंभ में रेडियोएक्टिव नाभिकों की संख्या 3000 है। प्रयोग के पहले 1.0 सेकंड में  $1000 \pm 40$  नाभिकों का क्षय हो जाता है। यदि  $|x| \ll 1$  हो, तो  $x$  के पहले घात तक  $\ln(1+x) = x$  है। क्षयांक (decay constant)  $\lambda$  के निर्धारण में त्रुटि  $\Delta\lambda$ ,  $s^{-1}$  में, है

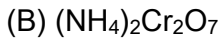
- (A) 0.04                      (B) 0.03                      (C) 0.02                      (D) 0.01

**JEE (ADVANCED) 2018 PAPER 1**  
**PART-II CHEMISTRY**

**खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)**

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:  
पूर्ण अंक : **+4** यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।  
आंशिक अंक : **+3** यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है।  
आंशिक अंक : **+2** यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं।  
आंशिक अंक : **+1** यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प है।  
शून्य अंक : **0** यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
ऋण अंक : **-2** अन्य सभी परिस्थितियों में।
- **उदाहरण स्वरूप:** यदि किसी प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है; तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही **+4** अंक मिलेंगे / बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो को चुनने पर (उदाहरणतः पहला तथा चौथा विकल्प) **+2** अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प) **+1** अंक मिलेंगे। कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), **-2** अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो।

Q.1 यौगिक जो 300°C के नीचे ऊष्मा अपघटन (thermal decomposition) होने पर N<sub>2</sub> गैस उत्पन्न करता(करते) है (हैं)



Q.2 द्वि-अंगी संक्रमण धातु कार्बोनिल यौगिकों (binary transition metal carbonyl compounds) के बारे में सही प्रकथन है (हैं)

(परमाणु क्रमांक: Fe = 26, Ni = 28)

(A)  $\text{Fe}(\text{CO})_5$  या  $\text{Ni}(\text{CO})_4$  में धातु केंद्र के संयोजकता कक्षा (valence shell) के इलेक्ट्रॉनों की संपूर्ण संख्या 16 है

(B) ये मुख्य रूप से निम्न प्रचक्रण (low spin) स्वभाव के होते हैं

(C) जब धातु की ऑक्सीकरण अवस्था कम की जाती है, तब धातु – कार्बन आबंध प्रबल होता है

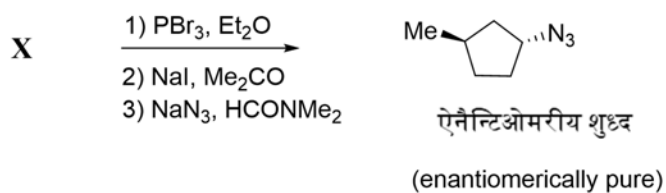
(D) जब धातु की ऑक्सीकरण की अवस्था बढ़ायी जाती है, तब कार्बोनिल C–O आबंध दुर्बल होता है



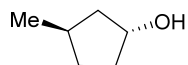
Q.3 वर्ग 15 के तत्वों के यौगिकों के आधार पर, सही प्रकथन है (हैं)

- (A)  $\text{Bi}_2\text{O}_5$ ,  $\text{N}_2\text{O}_5$  से ज्यादा क्षारकीय (basic) है
- (B)  $\text{NF}_3$ ,  $\text{BiF}_3$  से ज्यादा सहसंयोजक (covalent) है
- (C)  $\text{PH}_3$ ,  $\text{NH}_3$  से निम्न तापमान पर उबलता है
- (D) एकल N-N बंध, एकल P-P बंध से अधिक प्रबल है

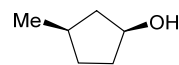
Q.4 निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रम में X की सही संरचना (संरचनाएँ) है (हैं)



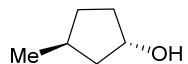
(A)



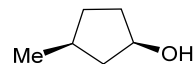
(B)



(C)

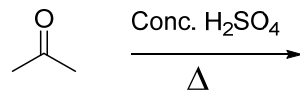


(D)

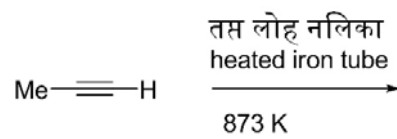


Q.5 अभिक्रिया (अभिक्रियाएँ) जो 1,3,5-ट्राइमेथिलबेंजीन (1,3,5-trimethylbenzene) की रचना करती है (हैं)

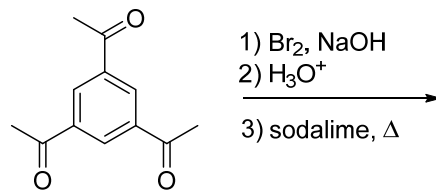
(A)



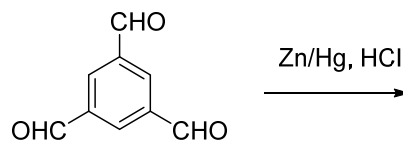
(B)



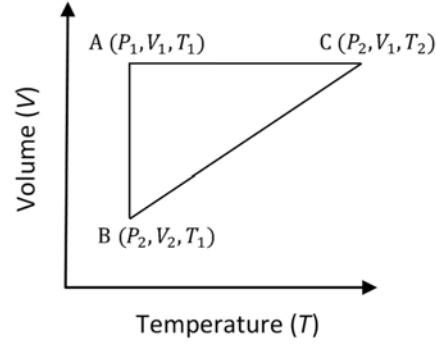
(C)



(D)



- Q.6 एक आदर्श गैस के लिए एक उत्क्रमणीय चक्रीय प्रक्रम (reversible cyclic process) नीचे आकृति में दिखाया गया है। यहाँ  $P$ ,  $V$  और  $T$ , क्रमशः दाब, आयतन और तापमान हैं। ऊष्मागतिक प्राचल  $q$ ,  $w$ ,  $H$ , और  $U$ , क्रमशः ऊष्मा, कार्य, एन्थैल्पी, और आंतरिक उर्जा हैं।



सही विकल्प है (हैं)

- (A)  $q_{AC} = \Delta U_{BC}$  और  $w_{AB} = P_2(V_2 - V_1)$
- (B)  $w_{BC} = P_2(V_2 - V_1)$  और  $q_{BC} = \Delta H_{AC}$
- (C)  $\Delta H_{CA} < \Delta U_{CA}$  और  $q_{AC} = \Delta U_{BC}$
- (D)  $q_{BC} = \Delta H_{AC}$  और  $\Delta H_{CA} > \Delta U_{CA}$

**खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)**

- इस खंड में आठ (08) प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE) है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रूण्डित/ निकटित; उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही संख्यात्मक मान (Numerical value) ही उत्तर स्वरूप दर्ज किया गया है |  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.7 नीचे दिये गये स्पीशीज (species) में से प्रतिचुम्बकीय (diamagnetic) स्पीशीज की संपूर्ण संख्या \_\_\_\_ है।

H परमाणु, NO<sub>2</sub> एकलक (monomer), O<sub>2</sub><sup>-</sup> सुपरऑक्साइड (superoxide), वाष्प अवस्था में द्वितनयित सल्फर (dimeric sulphur), Mn<sub>3</sub>O<sub>4</sub>, (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>[FeCl<sub>4</sub>], (NH<sub>4</sub>)<sub>2</sub>[NiCl<sub>4</sub>], K<sub>2</sub>MnO<sub>4</sub>, K<sub>2</sub>CrO<sub>4</sub>

Q.8 अमोनियम सल्फेट की कैल्शियम हाइड्रॉक्साइड के साथ विवेचन करके बनाये गये अमोनिया को NiCl<sub>2</sub>·6H<sub>2</sub>O द्वारा पूरी तरह से एक स्थिर उपसहसंयोजन यौगिक (coordination compound) बनाने में उपयोग किया गया | मानिये कि दोनों अभिक्रियाएँ 100% पूर्ण है | यदि 1584 g अमोनियम सल्फेट और 952 g NiCl<sub>2</sub>·6H<sub>2</sub>O इस विरचन में उपयोग किये गये हैं, तो इस प्रकार उत्पादित जिप्सम (gypsum) और निकल-अमोनिया उपसहसंयोजक यौगिक का संयुक्त भार (combined weight) (ग्राम में) \_\_\_\_ है।  
(परमाणु भार g mol<sup>-1</sup> में: H = 1, N = 14, O = 16, S = 32, Cl = 35.5, Ca = 40, Ni = 59)

Q.9 NaCl संरचना के एक आयनिक ठोस **MX** पर विचार करें | एक नयी संरचना (**Z**) का निर्माण करें जिसकी एकक कोष्ठिका (unit cell) का निर्माण **MX** की एकक कोष्ठिका से नीचे दी गयीं अनुक्रमिक अनुदेशों के अनुसरण द्वारा किया गया है | चार्ज (charge) संतुलन की उपेक्षा करें |

(i) केंद्र वाले को छोड़ कर सभी ऋणायनों (**X**) को हटायें

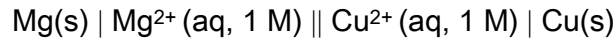
(ii) सभी फलक-केन्द्रित (face centred) धनायनों (**M**) को ऋणायनों (**X**) से बदलें

(iii) सभी कोनों से धनायनों (**M**) को हटायें

(iv) केंद्रीय ऋणायन (**X**) को धनायन (**M**) से बदलें

**Z** में  $\left( \frac{\text{ऋणायनों की संख्या}}{\text{धनायनों की संख्या}} \right)$  का मान \_\_\_\_\_ है।

Q.10 वैद्युतरसायनिक सेल



के लिए, 300 K पर सेल का मानक (standard) emf 2.70 V है | जब  $\text{Mg}^{2+}$  की सांद्रता  $x \text{ M}$  में परिवर्तित की गयी, तब 300 K पर सेल विभव (cell potential) 2.67 V में परिवर्तित हो जाता है |  $x$  का मान \_\_\_\_\_ है।

(दिया गया है,  $\frac{F}{R} = 11500 \text{ K V}^{-1}$ , जहाँ  $F$  फैराडे स्थिरांक (Faraday constant) और  $R$  गैस स्थिरांक हैं,  $\ln(10) = 2.30$ )

Q.11 एक बंद टंकी के **A** और **B** दो कक्ष हैं, दोनों ऑक्सीजन (आदर्श गैस माना गया है) से भरे हैं | दोनों कक्षों को अलग करने वाला विभाजक स्थिर है और वह परिपूर्ण ऊष्मारोधी (perfect heat insulator) है (Figure 1) | यदि पुराने विभाजक को नए विभाजक से प्रतिस्थापित किया जाये, जो फिसल सकता है तथा ऊष्मावाहक है, परन्तु गैस को आरपार रिसने नहीं देता (Figure 2), तो निकाय के साम्यावस्था में पहुँचने पर कक्ष **A** का आयतन ( $\text{m}^3$  में) \_\_\_\_\_ है।

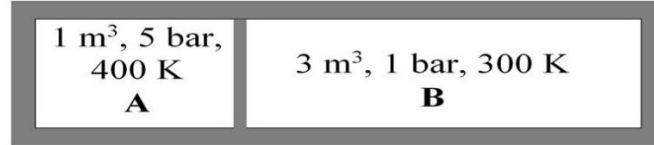


Figure 1

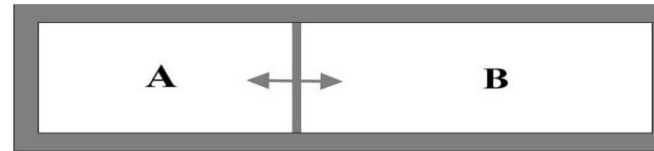
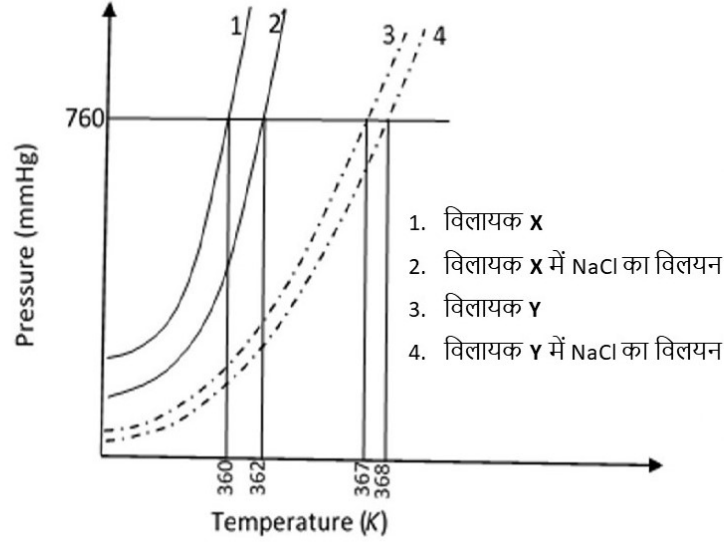


Figure 2

Q.12 द्रव **A** तथा **B** संयोजन के संपूर्ण परास में आदर्श विलयन बनाते हैं। T तापमान पर, द्रव **A** तथा **B** के सममोलर द्विअंगी विलयन का वाष्प दाब 45 Torr है। इसी ताप पर, द्रव **A** तथा **B** के क्रमशः  $x_A$  तथा  $x_B$  मोलअंश वाले नए विलयन का वाष्प दाब 22.5 Torr है। नए विलयन में  $x_A/x_B$  का मान \_\_\_\_\_ है।  
(दिया गया है कि शुद्ध द्रव **A** का तापमान T पर वाष्प दाब 20 Torr है)

Q.13 pH 3 पर दुर्बल अम्ल (**AB**) के लवण की विलेयता  $Y \times 10^{-3} \text{ mol L}^{-1}$  है। **Y** का मान \_\_\_\_\_ है।  
(दिया गया है **AB** के विलेयता गुणनफल का मान ( $K_{sp}$ ) =  $2 \times 10^{-10}$  और **HB** के आयनन स्थिरांक का मान ( $K_a$ ) =  $1 \times 10^{-8}$ )

Q.14 नीचे दिया गया आलेख दो विलायकों **X** और **Y** तथा इन विलायकों में NaCl के सममोलल विलयन का  $P - T$  वक्र रेखाएं (जहाँ  $P$  दाब है तथा  $T$  तापमान है) दिखाता है। NaCl इन दोनों विलायकों में पूर्णतया वियोजित होता है।



एक अवाष्पशील विलेय **S** के समान मोलों की संख्या को इन विलायकों की समान मात्रा (kg में) में डालने पर विलायक **X** का क्वथनांक उन्नयन (elevation of boiling point) विलायक **Y** से तीन गुणा है। विलेय **S** इन विलायकों में द्वितयीकरण (dimerization) के लिए जाना जाता है। यदि विलायक **Y** में द्वितयीकरण की मात्रा (degree of dimerization) 0.7 है, तो विलायक **X** में द्वितयीकरण की मात्रा \_\_\_\_\_ है।



**खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)**

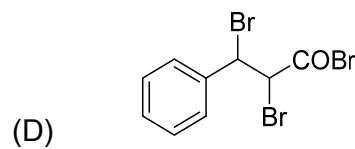
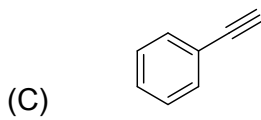
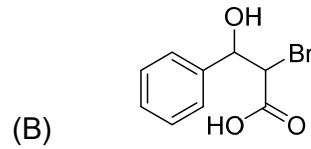
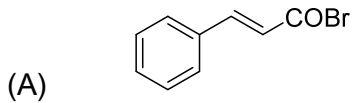
- इस खंड में दो (02) अनुच्छेद हैं। प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित दो (02) प्रश्न दिए गए हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में सिर्फ एक विकल्प ही सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उस विकल्प को चुनें जो सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है।  
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में।

**अनुच्छेद "X"**

निर्जल  $\text{AlCl}_3/\text{CuCl}$  की उपस्थिति में बेंजीन के  $\text{CO}/\text{HCl}$  के साथ विवेचन के पश्चात  $\text{Ac}_2\text{O}/\text{NaOAc}$  की अभिक्रिया, यौगिक X एक मुख्य उत्पाद के रूप में देती है। यौगिक X,  $\text{Br}_2/\text{Na}_2\text{CO}_3$  के साथ अभिक्रिया के पश्चात भीगे  $\text{KOH}$  के साथ 473 K पर गर्म करने पर Y मुख्य उत्पाद के रूप में देता है। X की  $\text{H}_2/\text{Pd-C}$  के साथ अभिक्रिया के पश्चात  $\text{H}_3\text{PO}_4$  का विवेचन मुख्य उत्पाद के रूप में Z देता है।

(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

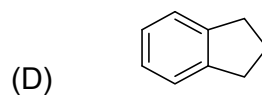
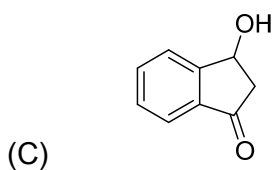
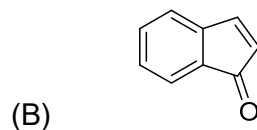
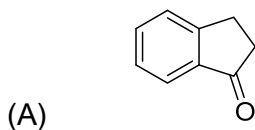
Q.15 यौगिक Y है



**अनुच्छेद "X"**

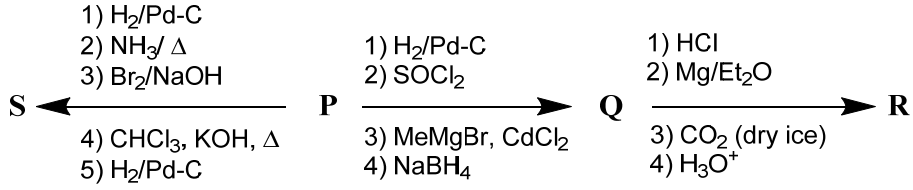
निर्जल  $\text{AlCl}_3/\text{CuCl}$  की उपस्थिति में बेंजीन के  $\text{CO}/\text{HCl}$  के साथ विवेचन के पश्चात  $\text{Ac}_2\text{O}/\text{NaOAc}$  की अभिक्रिया, यौगिक **X** एक मुख्य उत्पाद के रूप में देती है। यौगिक **X**,  $\text{Br}_2/\text{Na}_2\text{CO}_3$  के साथ अभिक्रिया के पश्चात भीगे  $\text{KOH}$  के साथ 473 K पर गर्म करने पर **Y** मुख्य उत्पाद के रूप में देता है। **X** की  $\text{H}_2/\text{Pd-C}$  के साथ अभिक्रिया के पश्चात  $\text{H}_3\text{PO}_4$  का विवेचन मुख्य उत्पाद के रूप में **Z** देता है।  
*(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)*

Q.16 यौगिक **Z** है



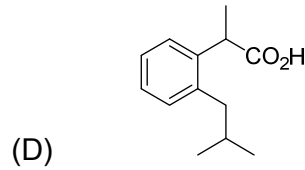
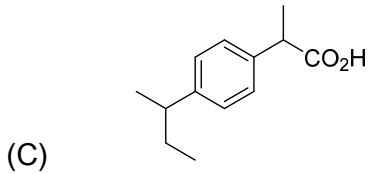
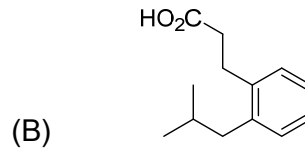
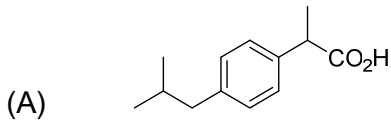
### अनुच्छेद "A"

एक कार्बनिक अम्ल **P** ( $C_{11}H_{12}O_2$ ) का आसानी से द्विधारीय अम्ल (dibasic acid) में ऑक्सीकरण किया जा सकता है, जो एथिलीन ग्लाइकोल के साथ अभिक्रिया करने पर एक बहुलक डेक्रोन (dacron) उत्पादित करता है। ओज़ोनोलिसिस होने पर, **P** एक ऐलिफैटिक कीटोन, एक उत्पाद के रूप में देता है। **P** निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रमों में **Q** बनाकर **R** देता है। यौगिक **P** दूसरी अभिक्रियाओं के समुच्चय से भी होकर **S** उत्पादित करता है।



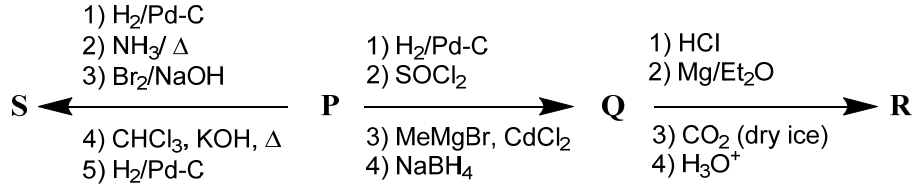
(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

Q.17 यौगिक **R** है



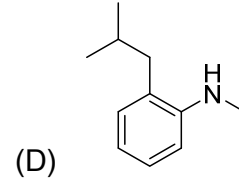
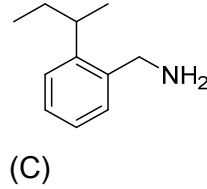
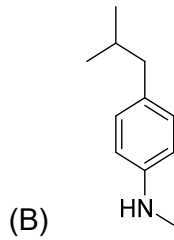
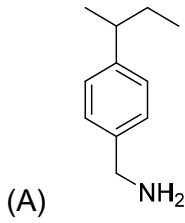
### अनुच्छेद "A"

एक कार्बनिक अम्ल **P** ( $C_{11}H_{12}O_2$ ) का आसानी से द्विधारीय अम्ल (dibasic acid) में ऑक्सीकरण किया जा सकता है, जो एथिलीन ग्लाइकोल के साथ अभिक्रिया करने पर एक बहुलक डैक्रोन (dacron) उत्पादित करता है। ओज़ोनोलिसिस होने पर, **P** एक ऐलिफैटिक कीटोन, एक उत्पाद के रूप में देता है। **P** निम्नलिखित अभिक्रिया अनुक्रमों में **Q** बनाकर **R** देता है। यौगिक **P** दूसरी अभिक्रियाओं के समुच्चय से भी होकर **S** उत्पादित करता है।



(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

Q.18 यौगिक **S** है



## JEE (ADVANCED) 2018 PAPER 1 PART-III MATHEMATICS

### खंड 1 (अधिकतम अंक: 24)

- इस खंड में **छह (06)** प्रश्न हैं।
- प्रत्येक प्रश्न के सही उत्तर (उत्तरों) के लिए **चार** विकल्प दिए गए हैं। इन चार विकल्पों में से **एक या एक से अधिक** विकल्प सही है(हैं)।
- प्रत्येक प्रश्न के लिए, प्रश्न का (के) उत्तर देने हेतु सही विकल्प (विकल्पों) को चुने।
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा:  
पूर्ण अंक : **+4** यदि केवल (सारे) सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया है।  
आंशिक अंक : **+3** यदि चारों विकल्प सही हैं परन्तु केवल तीन विकल्पों को चुना गया है।  
आंशिक अंक : **+2** यदि तीन या तीन से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल दो विकल्पों को चुना गया है और चुने हुए दोनों विकल्प सही विकल्प हैं।  
आंशिक अंक : **+1** यदि दो या दो से अधिक विकल्प सही हैं परन्तु केवल एक विकल्प को चुना गया है और चुना हुआ विकल्प सही विकल्प है।  
शून्य अंक : **0** यदि किसी भी विकल्प को नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है)।  
ऋण अंक : **-2** अन्य सभी परिस्थितियों में।
- **उदाहरण स्वरूप:** यदि किसी प्रश्न के लिए केवल पहला, तीसरा एवं चौथा सही विकल्प हैं और दूसरा विकल्प गलत है; तो केवल सभी तीन सही विकल्पों का चयन करने पर ही **+4** अंक मिलेंगे / बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ दो को चुनने पर (उदाहरणतः पहला तथा चौथा विकल्प) **+2** अंक मिलेंगे। बिना कोई गलत विकल्प चुने (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), तीन सही विकल्पों में से सिर्फ एक को चुनने पर (पहला या तीसरा या चौथा विकल्प) **+1** अंक मिलेंगे। कोई भी गलत विकल्प चुनने पर (इस उदाहरण में दूसरा विकल्प), **-2** अंक मिलेंगे, चाहे सही विकल्प (विकल्पों) को चुना गया हो या न चुना गया हो।

Q.1 किसी शून्येत्तर (non-zero) सम्मिश्र संख्या (complex number)  $z$  के लिये, माना कि  $\arg(z)$  इसके मुख्य कोणांक (principal argument) को दर्शाता है, जहाँ  $-\pi < \arg(z) \leq \pi$  | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन असत्य है (हैं)?

(A)  $\arg(-1 - i) = \frac{\pi}{4}$ , जहाँ  $i = \sqrt{-1}$

(B) फलन (function)  $f: \mathbb{R} \rightarrow (-\pi, \pi]$ , जो सभी  $t \in \mathbb{R}$  के लिये  $f(t) = \arg(-1 + it)$  के द्वारा परिभाषित है,  $\mathbb{R}$  के सभी बिंदुओं पर संतत (continuous) है, जहाँ  $i = \sqrt{-1}$

(C) किन्ही भी दो शून्येत्तर सम्मिश्र संख्याओं  $z_1$  और  $z_2$  के लिए  $\arg\left(\frac{z_1}{z_2}\right) = \arg(z_1) - \arg(z_2)$   $2\pi$  का एक पूर्णांक गुणज (integer multiple) है

(D) किन्ही भी तीन दी गयी भिन्न (distinct) सम्मिश्र संख्याओं  $z_1, z_2$  और  $z_3$  के लिये, प्रतिबंध (condition)  $\arg\left(\frac{(z-z_1)(z_2-z_3)}{(z-z_3)(z_2-z_1)}\right) = \pi$ ,

को संतुष्ट करने वाले बिंदु  $z$  का बिंदुपथ (locus) एक सरल रेखा (straight line) पर स्थित है

Q.2 एक त्रिभुज (triangle)  $PQR$  में, माना कि  $\angle PQR = 30^\circ$  और भुजाओं  $PQ$  और  $QR$  की लम्बाइयां क्रमशः  $10\sqrt{3}$  और  $10$  हैं | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सत्य है (हैं)?

(A)  $\angle QPR = 45^\circ$

(B) त्रिभुज  $PQR$  का क्षेत्रफल (area)  $25\sqrt{3}$  है और  $\angle QRP = 120^\circ$

(C) त्रिभुज  $PQR$  के अंतर्वृत्त (incircle) की त्रिज्या (radius)  $10\sqrt{3} - 15$  है

(D) त्रिभुज  $PQR$  के परिवृत्त (circumcircle) का क्षेत्रफल  $100\pi$  है

Q.3 माना कि  $P_1: 2x + y - z = 3$  और  $P_2: x + 2y + z = 2$  दो समतल (plane) हैं | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सत्य है (हैं)?

(A)  $P_1$  और  $P_2$  की प्रतिच्छेदन रेखा (line of intersection) के दिक्-अनुपात (direction ratios)  $1, 2, -1$  हैं

(B) रेखा

$$\frac{3x-4}{9} = \frac{1-3y}{9} = \frac{z}{3}$$

$P_1$  और  $P_2$  की प्रतिच्छेदन रेखा पर लम्बवत (perpendicular) है

(C)  $P_1$  और  $P_2$  के बीच का न्यून कोण (acute angle)  $60^\circ$  है

(D) यदि समतल  $P_3$ , बिंदु  $(4, 2, -2)$  से गुजरता है तथा  $P_1$  और  $P_2$  की प्रतिच्छेदन रेखा के लम्बवत है, तब बिंदु  $(2, 1, 1)$  की समतल  $P_3$  से दूरी  $\frac{2}{\sqrt{3}}$  है

Q.4 प्रत्येक द्विअवकलनीय (twice differentiable) फलन (function)  $f: \mathbb{R} \rightarrow [-2, 2]$ , जहाँ  $(f(0))^2 + (f'(0))^2 = 85$ , के लिये निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सत्य है (हैं)?

- (A) ऐसे  $r, s \in \mathbb{R}$ , जहाँ  $r < s$ , का अस्तित्व (existence) है जिनके लिये  $f$  खुले अंतराल (open interval)  $(r, s)$  पर एकैक (one-one) है
- (B) ऐसे  $x_0 \in (-4, 0)$  का अस्तित्व है जिसके लिये  $|f'(x_0)| \leq 1$
- (C)  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$
- (D) ऐसे  $\alpha \in (-4, 4)$  का अस्तित्व है जिसके लिये  $f(\alpha) + f''(\alpha) = 0$  और  $f'(\alpha) \neq 0$

Q.5 माना कि  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  और  $g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  दो चर (non-constant) और अवकलनीय (differentiable) फलन (function) हैं | यदि

$$f'(x) = (e^{(f(x)-g(x))})g'(x) \text{ सभी } x \in \mathbb{R} \text{ के लिये}$$

और  $f(1) = g(2) = 1$ , तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सत्य है (हैं)?

- (A)  $f(2) < 1 - \log_e 2$  (B)  $f(2) > 1 - \log_e 2$
- (C)  $g(1) > 1 - \log_e 2$  (D)  $g(1) < 1 - \log_e 2$



Q.6 माना कि  $f: [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$  एक ऐसा संतत फलन (continuous function) है कि

$$f(x) = 1 - 2x + \int_0^x e^{x-t} f(t) dt$$

सभी  $x \in [0, \infty)$  के लिये | तब निम्नलिखित में से कौन सा (से) कथन सत्य है (हैं)?

(A) वक्र (curve)  $y = f(x)$  बिंदु  $(1, 2)$  से गुजरता है

(B) वक्र (curve)  $y = f(x)$  बिंदु  $(2, -1)$  से गुजरता है

(C) क्षेत्र (region)  $\{(x, y) \in [0, 1] \times \mathbb{R} : f(x) \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$  का क्षेत्रफल (area)  $\frac{\pi-2}{4}$  है

(D) क्षेत्र (region)  $\{(x, y) \in [0, 1] \times \mathbb{R} : f(x) \leq y \leq \sqrt{1-x^2}\}$  का क्षेत्रफल  $\frac{\pi-1}{4}$  है

**खंड 2 (अधिकतम अंक: 24)**

- इस खंड में आठ (08) प्रश्न हैं | प्रत्येक प्रश्न का उत्तर एक संख्यात्मक मान (NUMERICAL VALUE) है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर के सही संख्यात्मक मान (दशमलव अंकन में, दशमलव के द्वितीय स्थान तक रूण्डित/ निकटित; उदाहरणतः 6.25, 7.00, -0.33, -.30, 30.27, -127.30) को माउज़ (MOUSE) और ऑन स्क्रीन (ON-SCREEN) वर्चुअल न्यूमेरिक कीपैड (VIRTUAL NUMERIC KEYPAD) के प्रयोग से उत्तर के लिए निर्दिष्ट स्थान पर दर्ज करें |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही संख्यात्मक मान (Numerical value) ही उत्तर स्वरूप दर्ज किया गया है |  
शून्य अंक : 0 अन्य सभी परिस्थितियों में |

Q.7  $((\log_2 9)^2)^{\frac{1}{\log_2 (\log_2 9)}} \times (\sqrt{7})^{\frac{1}{\log_4 7}}$  का मान है \_\_\_\_\_ |

Q.8 उन 5 अंकीय (digits) संख्याओं (numbers), जो 4 से विभाज्य (divisible) हैं, जिनके अंक समुच्चय (set)  $\{1, 2, 3, 4, 5\}$  में से हैं और अंको की पुनरावृत्ति (repetition) की अनुमति है, की संख्या है \_\_\_\_\_ |

Q.9 माना कि  $X$  समान्तर श्रेणी (arithmetic progression)  $1, 6, 11, \dots$  के प्रथम 2018 पदों का समुच्चय (set) है, और  $Y$  समान्तर श्रेणी  $9, 16, 23, \dots$  के प्रथम 2018 पदों का समुच्चय है | तब समुच्चय  $X \cup Y$  में अवयवों (elements) की संख्या है \_\_\_\_\_ |

Q.10 समीकरण

$$\sin^{-1} \left( \sum_{i=1}^{\infty} x^{i+1} - x \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{x}{2}\right)^i \right) = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1} \left( \sum_{i=1}^{\infty} \left(-\frac{x}{2}\right)^i - \sum_{i=1}^{\infty} (-x)^i \right)$$

के उन वास्तविक हलों (real solutions) की संख्या जो अन्तराल (interval)  $\left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right)$  में विद्यमान हैं, है \_\_\_\_\_ ।

(यहाँ प्रतिलोम त्रिकोणमितीय फलन (inverse trigonometric function)  $\sin^{-1}x$  और  $\cos^{-1}x$

क्रमशः  $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$  व  $[0, \pi]$  में मान धारण करते हैं ।)

Q.11 प्रत्येक धनात्मक पूर्णांक (positive integer)  $n$  के लिये, माना कि

$$y_n = \frac{1}{n} ((n+1)(n+2) \cdots (n+n))^{\frac{1}{n}}.$$

$x \in \mathbb{R}$  के लिये माना कि  $[x]$ ,  $x$  से छोटा या  $x$  के बराबर महत्तम पूर्णांक (greatest integer) है । यदि

$\lim_{n \rightarrow \infty} y_n = L$ , तब  $[L]$  का मान है \_\_\_\_\_ ।

Q.12 माना कि  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  दो ऐसे इकाई सदिश (unit vector) हैं कि  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  । किन्हीं  $x, y \in \mathbb{R}$  के लिये

माना कि  $\vec{c} = x\vec{a} + y\vec{b} + (\vec{a} \times \vec{b})$  । यदि  $|\vec{c}| = 2$  और सदिश  $\vec{c}$  सदिशों  $\vec{a}$  और  $\vec{b}$  दोनों के साथ

समान कोण  $\alpha$  बनाता है, तब  $8 \cos^2 \alpha$  का मान है \_\_\_\_\_ ।

Q.13 माना कि  $a, b, c$  ऐसी तीन शून्येत्तर (non-zero) वास्तविक संख्याएं (real numbers) हैं जिनके लिये समीकरण

$$\sqrt{3} a \cos x + 2 b \sin x = c, \quad x \in \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right],$$

के दो भिन्न वास्तविक मूल (distinct real roots)  $\alpha, \beta$  हैं, जहाँ  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{3}$  । तब  $\frac{b}{a}$  का मान है \_\_\_\_\_ ।

Q.14 एक किसान  $F_1$  के पास एक त्रिभुजाकार (triangular) भूमि है जिसके शीर्ष (vertices)  $P(0,0)$ ,  $Q(1,1)$  और  $R(2,0)$  पर हैं | एक पड़ोसी किसान  $F_2$  इस भूमि से उस क्षेत्र को ले लेता है जो कि भुजा  $PQ$  और  $y = x^n$  ( $n > 1$ ) के रूप वाले वक्र (curve) के बीच स्थित है | यदि किसान  $F_2$  द्वारा लिये गये क्षेत्र (region) का क्षेत्रफल (area)  $\Delta PQR$  के क्षेत्रफल का ठीक 30% है, तब  $n$  का मान है \_\_\_\_\_ |

**खंड 3 (अधिकतम अंक: 12)**

- इस खंड में दो (02) अनुच्छेद हैं | प्रत्येक अनुच्छेद पर आधारित दो (02) प्रश्न दिए गए हैं |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए चार विकल्प दिए गए हैं | इन चार विकल्पों में सिर्फ एक विकल्प ही सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के लिए उस विकल्प को चुनें जो सही उत्तर को निर्दिष्ट करता है |
- प्रत्येक प्रश्न के उत्तर का मूल्यांकन निम्न अंकन योजना के अनुसार होगा :-  
पूर्ण अंक : +3 यदि सिर्फ सही विकल्प ही चुना गया है |  
शून्य अंक : 0 यदि कोई भी विकल्प नहीं चुना गया है (अर्थात् प्रश्न अनुत्तरित है) |  
ऋण अंक : -1 अन्य सभी परिस्थितियों में |

**अनुच्छेद "X"**

माना कि  $S$  एक वृत्त (circle) है जो  $xy$ -समतल (plane) में समीकरण (equation)  $x^2 + y^2 = 4$  के द्वारा परिभाषित है |

(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

- Q.15 माना कि  $E_1E_2$  और  $F_1F_2$  वृत्त  $S$  की ऐसी जीवायें (chords) हैं जो बिंदु  $P_0(1, 1)$  से गुजरती हैं और क्रमशः  $x$ -अक्ष (axis) व  $y$ -अक्ष के समान्तर (parallel) हैं | माना कि  $G_1G_2$ ,  $S$  की वह जीवा है जो  $P_0$  से गुजरती है और जिसकी प्रवणता (slope)  $-1$  है | माना कि  $E_1$  और  $E_2$  पर  $S$  की स्पर्शियाँ (tangents)  $E_3$  पर मिलती हैं,  $F_1$  और  $F_2$  पर  $S$  की स्पर्शियाँ  $F_3$  पर मिलती हैं, तथा  $G_1$  और  $G_2$  पर  $S$  की स्पर्शियाँ  $G_3$  पर मिलती हैं | तब वह वक्र (curve) जिस पर बिंदु  $E_3$ ,  $F_3$  और  $G_3$  स्थित हैं, है

(A)  $x + y = 4$

(B)  $(x - 4)^2 + (y - 4)^2 = 16$

(C)  $(x - 4)(y - 4) = 4$

(D)  $xy = 4$

**अनुच्छेद "X"**

माना कि  $S$  एक वृत्त (circle) है जो  $xy$ -समतल (plane) में समीकरण (equation)  $x^2 + y^2 = 4$  के द्वारा परिभाषित है।

(अनुच्छेद "X" पर दो प्रश्न आधारित हैं; नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

Q.16 माना कि  $P$  वृत्त  $S$  पर स्थित एक ऐसा बिंदु है जिसके दोनों निर्देशांक (coordinates) धनात्मक (positive) हैं। माना कि वृत्त  $S$  के बिंदु  $P$  पर स्पर्शी (tangent) निर्देशांक अक्षों (coordinate axes) को बिन्दुओं  $M$  और  $N$  पर प्रतिच्छेद (intersects) करती है। तब वह वक्र (curve) जिस पर रेखाखंड (line segment)  $MN$  का मध्य बिंदु (mid-point) अनिवार्य रूप से स्थित है, है

(A)  $(x + y)^2 = 3xy$

(B)  $x^{2/3} + y^{2/3} = 2^{4/3}$

(C)  $x^2 + y^2 = 2xy$

(D)  $x^2 + y^2 = x^2 y^2$

**अनुच्छेद "A"**

एक संगीत की कक्षा में पाँच छात्र  $S_1, S_2, S_3, S_4$  और  $S_5$  हैं और उनके लिए बैठने के पाँच स्थान (seat)  $R_1, R_2, R_3, R_4$  और  $R_5$  एक पंक्ति में व्यवस्थित हैं, जहाँ शुरुआत में स्थान  $R_i$  छात्र  $S_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) को आवंटित (allot) किया जाता है। लेकिन परीक्षा के दिन, पाँचों छात्रों को पाँच स्थान यादृच्छिक (randomly) आवंटित किये जाते हैं।

(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

Q.17 परीक्षा के दिन छात्र  $S_1$  को उसका पूर्व आवंटित स्थान  $R_1$  मिलने तथा शेष छात्रों में से किसी को भी उसका पूर्व आवंटित स्थान नहीं मिलने की प्रायिकता (probability) है

- (A)  $\frac{3}{40}$                       (B)  $\frac{1}{8}$                       (C)  $\frac{7}{40}$                       (D)  $\frac{1}{5}$

**अनुच्छेद "A"**

एक संगीत की कक्षा में पाँच छात्र  $S_1, S_2, S_3, S_4$  और  $S_5$  हैं और उनके लिए बैठने के पाँच स्थान (seat)  $R_1, R_2, R_3, R_4$  और  $R_5$  एक पंक्ति में व्यवस्थित हैं, जहाँ शुरुआत में स्थान  $R_i$  छात्र  $S_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4, 5$ ) को आवंटित (allot) किया जाता है। लेकिन परीक्षा के दिन, पाँचों छात्रों को पाँच स्थान यादृच्छिक (randomly) आवंटित किये जाते हैं।

(अनुच्छेद "A" पर दो प्रश्न आधारित हैं, नीचे दिया गया प्रश्न उनमें से एक है)

Q.18 माना कि  $T_i$  ( $i = 1, 2, 3, 4$ ) उस घटना को दर्शाता है कि परीक्षा के दिन छात्र  $S_i$  और  $S_{i+1}$  एक दूसरे के साथ-साथ (adjacent to each other) नहीं बैठते हैं। तब घटना  $T_1 \cap T_2 \cap T_3 \cap T_4$  की प्रायिकता है

- (A)  $\frac{1}{15}$                       (B)  $\frac{1}{10}$                       (C)  $\frac{7}{60}$                       (D)  $\frac{1}{5}$

**प्रश्न पत्र का अंत**